Université Jinan
Faculté de Gestion
Tripoli - Liban

Mathématiques Générale

Examen Préparatoire

Version 1

Mathématiques Générale

Université de Jinan
Faculté de Gestion

Table des matières

1 Fonctions, Limites, et Continuité

Etude d'une fonction réelle

1. **Trouver le domaine de définition D_f de f lorsqu'il n'est pas donné.**
2. **Etudier les limites de f** On étudie les limites de f aux bornes des intervallesformant son domaine de définition. On en déduit les asymptotes à la courbe (C_f) représentant f :
   (a) **Asymptote horizontale :** si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = a$ (respectivement $\lim_{x \to -\infty} f(x) = a$), alors la droite d'équation $y = a$ est une asymptote horizontale en $+\infty$ (respectivement en $-\infty$) à (C_f).
   (b) **Asymptote verticale :** si $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$ (respectivement $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$), alors la droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale en $+\infty$ (respectivement en $-\infty$) à (C_f).
   (c) **Asymptote oblique :** Soit une droite (D) d'équation $y = ax + b$. Si $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ (respectivement $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$), alors la droite (D) est une asymptote oblique en $+\infty$ (respectivement en $-\infty$) à (C_f).
3. **Calculer la dérivée de f**
4. **Dresser le tableau de variation de f**
5. **Contruire les asymptotes et la courbe représentative (C_f) de** f, en utilisant les points d'intersection de (C_f) avec les axes.

Exercice 1.1 *Etudier les limites de f au bord du domain.*

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 1$.

   Réponse : $\pm\infty$.

2. $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 5}{2x - 3}$.

   Réponse : $\pm\infty$.

3. $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x^2 - 3x - 4}$.

   Réponse : $1, \pm\infty$.

4. $f(x) = -x + 1 + \dfrac{1}{x + 2}$.

   Réponse : $\mp\infty$.

Exercice 1.2 *Soit f une fonction definit sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$.*

1. *Montrer que $0 \leq f(x) \leq \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ pour tout $x > 0$.*
2. *Déduire la limite de f à $+\infty$.*

   Réponse : 0.

Exercice 1.3 *Trouver les limites suivantes :*

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\dfrac{4x + 1}{x - 1}}$.

   Réponse : 2.

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\dfrac{x^2 - 1}{4x^2}}$.

   Réponse : 1/2.

2 Dérivation

En économie le courant "marginaliste" qui s'est dévéloppé au 19eme siècle,a permis d'exploiter la dérivée dans les notions de cout marginal,de propension marginale, de productivité marginale,etc...

Formules Standard :

$f(x)$	$f'(x)$
C	0
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
$ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Exercice 2.1 *Trouver la dérivée des fonctions suivantes :*

1. $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-3}$, $x \in]-\infty, 3[\cup]3, +\infty[$.

   Réponse : $\dfrac{-10}{(x-3)^2}$.

2. $f(x) = \dfrac{2x+3}{x^4+1}$.

   Réponse : $\dfrac{-6x^4 - 12x^3 + 2}{(x^4+1)^2}$

Exercice 2.2 *Soit I un interval de $\mathbb{R}$, et $u : I \longrightarrow \mathbb{R}$. Trouver les dérivées des fonctions suivantes :*

1. $[u(x)]^n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

   Réponse : $n[u(x)]^{n-1}u'(x)$.

2. $e^{u(x)}$.

   Réponse : $e^{u(x)}u'(x)$.

3. $\sqrt{u(x)}$ *(on suppose que $u(x) > 0$).*

   Réponse : $\dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$.

4. $ln|u(x)|$ *(on suppose que $u(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$).*

   Réponse : $\dfrac{u'(x)}{u(x)}$.

3 Intégrales

Formules Standards :

$\int f(x)dx$	$F(x)$
$\int x^n dx$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$\int e^x dx$	$e^x + c$
$\int \dfrac{1}{x} dx$	$ln\|x\| + c$
$\int \dfrac{1}{x^2} dx$	$-\dfrac{1}{x}$
$\int \sqrt{x} dx$	$-\dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + c$

Exercice 3.1 *Calculer les integrales :*

1. $\int (4x^3 - 2x + 1)dx \;\; x \in]0, +\infty[.$

   Réponse : $x^4 - x^2 + x + c.$

2. $\int (\frac{2}{x} + e^x)dx. \;\; x \in] - \infty, 0[\cup]0, +\infty[.$

   Réponse : $2ln|x| + e^x + c.$

Exercice 3.2 *Calculer les integrales suivantes :*

1. $\int_1^e lnxdx.$

   Réponse : 1.

2. $\int_0^1 x^2 e^x dx.$

   Réponse : $e - 2.$

3. $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$

   Réponse : 2ln2-ln3.

4 Equations Différentielles

Une équation différentielle est une équation qui fait intervenir une fonctions et ses derivées successives. L'ordre d'une équation différentielle c'est l'ordre le plus élevé de ces dérivées.

Exercice 4.1 *Résoudre les équations différentielles suivantes :*

1. $x' - x = 0$

   Réponse : $x = ke^t$.

2. $tx' - x = 0$

   Réponse : $x = kt$.

Exercice 4.2 *Résoudre les équations différentielles suivantes :*

1. $x" - 3x' + 2x = 0$

   Réponse : $x = C_1 e^t + C_2 e^{2t}$.

2. $x" + 4x' - 5x = 0$

   Réponse : $x = C_1 e^t + C_2 e^{-5t}$.

3. $x" + 7x' + 6x = 0$

   Réponse : $x = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-6t}$.